PROFESSOR DANILO EXERCÍCIOS EXTRA – TERCEIRO ANO – ÓPTICA DA VISÃO E EQ. DOS FABRICANTES

EXERCÍCIOS

1. (Uem-pas 2017) O olho humano é um sistema óptico complexo, constituído por vários meios transparentes que são atravessados pela luz. Sobre as diferentes estruturas que compõem o olho humano, o seu funcionamento e as principais anomalias da visão, assinale o que for **correto**.

01) Na formação das imagens na retina de uma vista normal, o cristalino (lente) funciona como uma lente convergente, formando imagens reais, invertidas e diminuídas.
02) Lentes convergentes, divergentes e cilíndricas podem ser utilizadas para corrigir miopia, hipermetropia e astigmatismo, respectivamente.
04) O astigmatismo resulta de uma assimetria na curvatura da córnea ou na curvatura do cristalino. Isso faz com que parte das imagens seja projetada sem nitidez na retina.
08) Um raio de luz que penetra no olho passa, na sequência, pela pupila, pelo humor aquoso, pela córnea, pela lente e pelo corpo vítreo.
16) A função da retina é regular a quantidade de luz que entra no olho e gerar impulsos nervosos por estimulação química.

2. (Ufsc 2020) A deficiência visual é considerada em dois casos: a cegueira, na qual a pessoa perde a visão totalmente ou apresenta um resíduo mínimo que a leva a necessitar da leitura e escrita em Braille, e a baixa visão, na qual a pessoa possui um comprometimento visual em ambos os olhos, mesmo com o uso de óculos, mas consegue ler textos impressos ampliados. Considere a situação em que um estudante com baixa visão utiliza uma lupa constituída de uma lente biconvexa de raios R1 = R2 = 40 cm que obedece às condições de Gauss. Ele a coloca em uma posição na qual o centro óptico de sua lente esteja a 20 cm do seu livro para enxergar as letras cinco vezes maiores e, assim, conseguir ler o texto.

Sobre o assunto abordado e com base no exposto acima, é correto afirmar que:

01) a distância entre a imagem de uma letra conjugada pela lente da lupa e a própria letra é de $80\,cm$.
02) as imagens das letras vistas pelo estudante são virtuais.
04) as imagens das letras vistas pelo estudante encontram-se a $25\,cm$ do centro óptico da lente.
08) se o estudante posicionar o centro óptico da lente da lupa a $30\,cm$ do livro, ele vai ler com maior facilidade, pois as letras ficarão maiores.
16) o índice de refração da lente que compõe a lupa é $1{,}5$.
32) se aumentarmos o índice de refração da lente que compõe a lupa sem alterarmos seus raios, a vergência da lente aumentará.

3. (Ufsc 2020) Tecnologia Assistiva é uma área do conhecimento, de característica interdisciplinar, que engloba produtos, recursos, metodologias, estratégias, práticas e serviços que objetivam promover a funcionalidade, relacionada à atividade e participação de pessoas com deficiência, incapacidades ou mobilidade reduzida, visando sua autonomia, independência, qualidade de vida e inclusão social.

BRASIL. Subsecretaria Nacional de Promoção dos Direitos da Pessoa com Deficiência. Comitê de Ajudas Técnicas. *Tecnologia assistiva*. Brasília: CORDE, 2009. p. 30.

Sobre produtos assistivos, é correto afirmar que:

01) os óculos comuns funcionam com base no fenômeno da interferência dos raios luminosos.
02) a almofada para alívio de pressão impede a distribuição uniforme do peso do usuário, reduzindo a pressão concentrada nas proeminências ósseas.
04) o andador aumenta a base de apoio do usuário e lhe dá mais estabilidade.
08) a rampa portátil permite que a força aplicada para mover um objeto sobre ela seja menor do que a força para movê-lo verticalmente.
16) a física é importante para a criação e o desenvolvimento de produtos na área de tecnologia assistiva.

4. (Epcar (Afa) 2020) Um telescópio refrator é construído com uma objetiva acromática formada pela justaposição de duas lentes esféricas delgadas, uma convexo-côncava, de índice de refração n_1 e raios de curvatura R e $2R$; e a outra biconvexa de índice de refração n_2 e raio de curvatura R.

Já a ocular é uma lente esférica delgada simples com uma distância focal que permite um aumento máximo para o telescópio igual, em módulo, a 5.

Observando-se através desse telescópio um objeto muito distante, uma imagem final imprópria é conjugada por esse instrumento.

Considere que o telescópio seja utilizado em condições usuais nas quais é mínima a distância L entre as lentes objetiva e ocular, que o local onde a observação é realizada tenha índice de refração constante e igual a 1; e que sejam desprezadas as características do sistema óptico do observador.

Nessas condições, o comprimento mínimo L desse telescópio será dado por

a) $\dfrac{20R}{4n_1+5n_2+1}$

b) $\dfrac{5R}{5n_1+20(n_2+1)}$

c) $\dfrac{10R}{20n_1-(n_2+3)}$

d) $\dfrac{12R}{20n_2-5(n_1+3)}$

5. (Ime 2019)

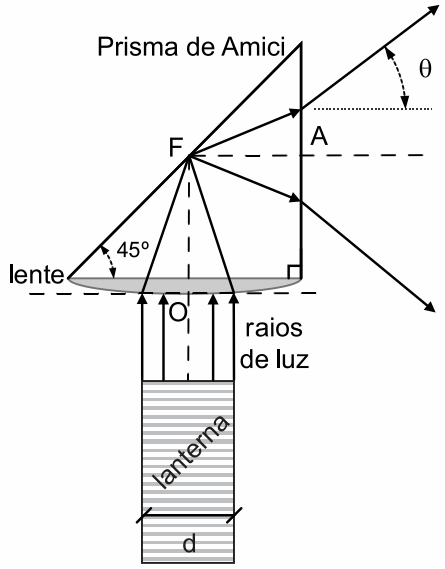


Figura 1

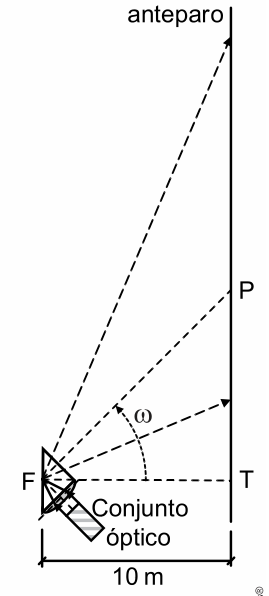


Figura 2

Um conjunto óptico é formado por uma lente convergente e um **prisma de Amici,** conforme mostra a Figura 1. O conjunto está totalmente integrado, sendo formado pelo mesmo vidro. A lente possui centro óptico O e foco F situado sobre a face-hipotenusa do prisma. Nesse prisma, os raios incidentes sobre a face-hipotenusa sofrem reflexão interna total. Uma lanterna cilíndrica muito potente, com potência óptica de $P = \pi\sqrt{3}\,W$ e diâmetro $d = 10\,cm$, gera raios de luz paralelos ao eixo principal da lente. A lanterna está solidária ao sistema óptico e seus raios são focalizados pela lente e refletidos pelo prisma, até a sua face-cateto plana, saindo do prisma e projetando a luz sobre um anteparo plano alinhado verticalmente. Conforme mostra a Figura 2, no intervalo $0 \le t < 12\,s$, todo o conjunto óptico começa a girar, a partir do instante em que P coincide com T, em velocidade angular constante $\omega = \pi/36\,rad/s$. Dessa forma, o contorno da luz projetada no anteparo passa a ser uma curva plana, conhecida na matemática.

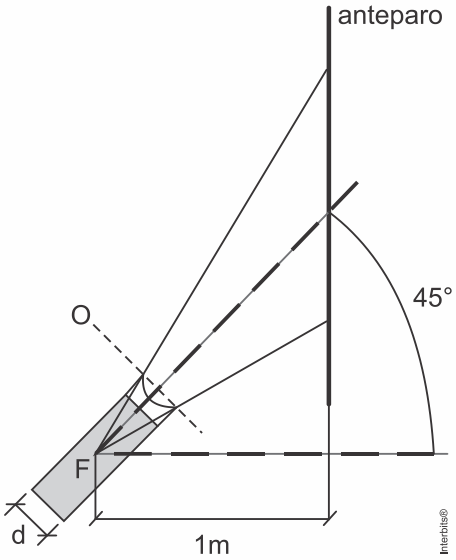
Diante do exposto, determine:

a) o ângulo de abertura θ do cone formado na saída do prisma, quando o índice de refração do conjunto óptico é o mínimo para que o feixe luminoso seja totalmente refletido na face-hipotenusa;

b) a expressão da velocidade escalar $v(t)$ com que o ponto P (interseção do eixo do cone com o anteparo) desloca-se verticalmente ao longo do anteparo; e

c) a densidade de potência, em W/m^2, da luz projetada no anteparo, em $t = 9\,s$. Neste caso, considere que todas as dimensões do prisma são muito pequenas em relação à distância para o anteparo, ou seja, o ângulo de abertura é θ ao longo de todo o cone de saída, a partir de F.

6. (Ime 2019)



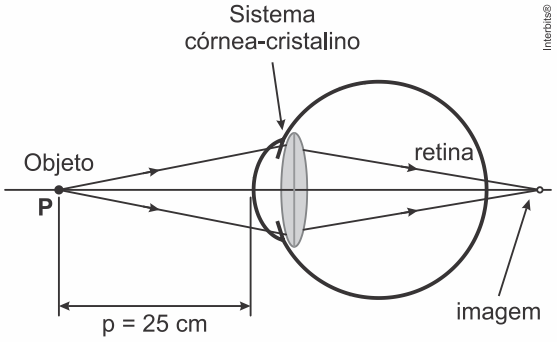
Uma lanterna cilíndrica muito potente possui uma lente divergente em sua extremidade. Ela projeta uma luz sobre um anteparo vertical. O eixo central da lanterna e o eixo principal da lente estão alinhados e formam um ângulo de $45°$ com a horizontal. A lâmpada da lanterna gera raios de luz paralelos, que encontram a lente divergente, formando um feixe cônico de luz na sua saída. O centro óptico da lente O está, aproximadamente, alinhado com as bordas frontais da lanterna. A distância horizontal entre o foco F da lente e o anteparo é de $1\,m$. Sabendo disto, pode-se observar que o contorno da luz projetada pela lanterna no anteparo forma uma seção plana cônica.

Diante do exposto, o comprimento do semieixo maior do contorno dessa seção, em metros, é:

Dados:
- a lente é do tipo plano-côncava;
- a face côncava está na parte mais externa da lanterna;
- diâmetro da lanterna: $d = 10\,cm$;
- índice de refração do meio externo (ar): 1;
- índice de refração da lente: $1{,}5$;
- raio de curvatura da face côncava: $2{,}5\sqrt{3}\,cm$.

a) $3\sqrt{2}$
b) $(\sqrt{3}-1)$
c) $(\sqrt{3}+1)$
d) $\sqrt{3}$
e) $2\sqrt{3}$

7. (Ufjf-pism 2 2019)



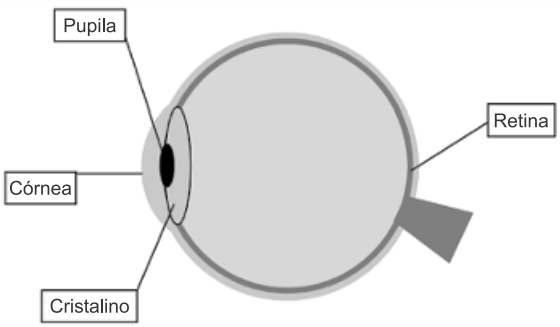
Efeito da observação do ponto próximo por um presbíope, em que a imagem de um objeto é formada atrás da retina.

A **presbiopia** é um defeito na visão que ocorre com o envelhecimento da pessoa. Define-se *ponto próximo* como o ponto mais perto dos olhos com que uma pessoa consegue ver com nitidez. Para uma pessoa de visão normal, este ponto está localizado a $25\,cm$ do cristalino do olho – denominada de distância mínima de visão distinta. Com o envelhecimento, os músculos ciliares perdem elasticidade, provocando um enrijecimento do cristalino e, consequentemente, a incapacidade da acomodação visual. Por causa disso, como mostrado na figura, há um afastamento do ponto próximo, isto é, há dificuldade de visão de objetos próximos, uma vez que a formação das imagens nítidas ocorre somente atrás da retina do olho, embora a visão de objetos distantes permaneça inalterada. A dioptria D (ou "grau") de uma lente é definida como $D = 1/(\textit{distância focal})$, ou seja: $1\,grau = 1\,m^{-1}$. Um oftalmologista examina um paciente com presbiopia e conclui que ele enxerga bem somente a partir de uma distância de $2{,}0\,m$ dos seus olhos.

a) Qual a vergência D, em dioptria, que a lente deve possuir para que o paciente descrito acima possa enxergar bem um objeto colocado a uma distância de $0{,}25\,m$ dos seus olhos?

b) Que tipo de lente o oftalmologista deve receitar ao paciente descrito acima? Justifique.

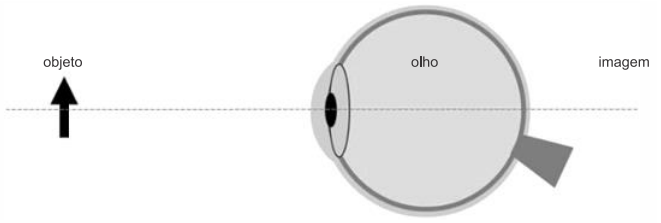
8. (Ufsc 2019) Entre os cinco sentidos humanos, a visão é um dos mais importantes, por isso deve-se cuidar muito bem dos olhos. Ainda assim, defeitos visuais como miopia, hipermetropia e astigmatismo aparecem no decorrer da vida. Mas nada está perdido, pois os óculos são alternativas acessíveis e satisfatórias na melhoria da qualidade visual dos indivíduos. Considere o esquema do olho abaixo para responder aos itens da questão.



Dados:

$$A = \frac{i}{O} = \frac{-P'}{P}; \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{P} + \frac{1}{P'}; \quad n = \frac{C}{v}; \quad n_1 \cdot sen\,\theta_1 = n_2 \cdot sen\,\theta_2$$

a) Com base no esquema do olho abaixo, desenhe a imagem do objeto (seta) formada em um olho hipermetrope.



b) b) Que tipo de lente esférica corrige o defeito da hipermetropia e que fenômeno óptico explica o funcionamento de uma lente esférica?

c) Considere uma pessoa hipermetrope capaz de enxergar nitidamente quando seu ponto próximo é de $1{,}0\,m$. Nesse caso, qual a vergência da lente corretiva para conjugar a imagem de um objeto no ponto próximo, se esse objeto estiver a $25\,cm$ do olho?

9. (Ufsc 2019) Em 2017, Carlos Mastrangelo, da Universidade de Utah, nos EUA, divulgou seus estudos sobre a criação de óculos formados por lentes líquidas, para fazer o foco automático. Seu objetivo foi resolver o problema de quem tem presbiopia e miopia, por exemplo, para não precisar trocar de óculos. Mastrangelo conta que os óculos possuem uma câmera infravermelha entre as lentes que serve para identificar a distância entre o rosto do usuário e o objeto que ele está olhando e, assim, fazer o foco correto.

Disponível em: https://www.tecmundo.com.br/medicina/113833-oculos-inteligentes-tem-lentes-liquidas-fazer-foco-automatico.htm. [Adaptado]. Acesso em: 14 mar. 2019.

Sobre o assunto abordado e com base no exposto acima, é correto afirmar que:

01) o defeito da visão chamado hipermetropia provoca o mesmo efeito que a miopia, ou seja, o indivíduo tem dificuldades em enxergar objetos próximos.
02) uma das formas de ajustar o foco da lente é alterando sua curvatura.
04) o fenômeno óptico que explica o funcionamento de uma lente é a refração.
08) para determinar a distância, a câmera acoplada aos óculos utiliza a onda de calor liberada pelos objetos.
16) uma causa do defeito da visão chamado presbiopia está relacionada com um globo ocular mais achatado.
32) a lente utilizada para corrigir o defeito da visão chamado miopia é a lente convergente.
64) em um olho hipermetrope a imagem é formada após a retina.

10. (G1 - cftmg 2019) "Bopp abaixou a cabeça até perto do jornal, como se tivesse dificuldade para enxergar as pequenas letras impressas".

STIGGER, Veronica. *Opisanie Œwiata*. São Paulo: SESI-SP, 2018, p. 37.

A dificuldade visual para enxergar de longe o jornal, encenada pelo personagem Bopp, é decorrente de

a) astigmatismo, pela falta de alinhamento dos olhos.
b) miopia, quando a imagem é formada antes da retina.
c) hipermetropia, devido à alta pressão ocular, gerando visão embaçada.
d) estrabismo, visão distorcida da imagem, por sua formação após a retina.

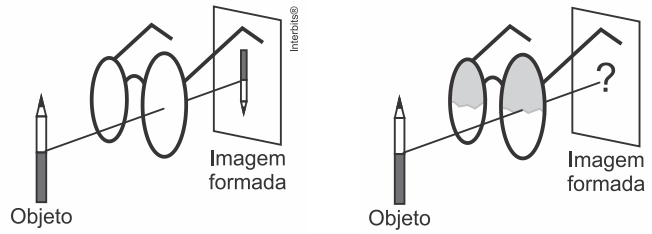
11. (Uel 2019) Na figura, que se assemelha ao bulbo de um olho humano, é possível perceber algumas das suas estruturas, como a pupila e a íris.

Tony Tasset, *Olho*, 2010. – google.com.br

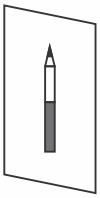
Com base nos conhecimentos sobre a óptica da visão, é correto afirmar que o olho com

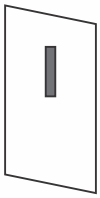
a) hipermetropia é caracterizado pela formação da imagem num ponto antes da retina.
b) miopia é semelhante a uma lente de vidro plano-côncavo mergulhada em meio aquoso.
c) hipermetropia é semelhante a uma lente de vidro côncavo-convexo mergulhada em meio aquoso.
d) miopia tem a imagem formada depois da retina, e sua correção deve ser feita com lentes convergentes.
e) miopia é caracterizado por apresentar uma convergência acentuada do cristalino.

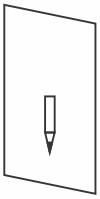
12. (Acafe 2018) A partir da meia idade a consulta ao médico oftalmologista se faz necessária, pois os músculos ciliares vão perdendo a elasticidade, aparecendo a presbiopia. Para corrigir, o médico irá receitar óculos com lentes convergentes que deslocam as imagens um pouco mais para frente da retina do olho.
Usando-se este óculos com lente convergente pode-se, então, observar um lápis como uma imagem real e invertida em um anteparo conforme o esquema a seguir.
(Iremos analisar somente por uma das lentes)

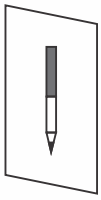


A alternativa correta que mostra como será a imagem formada nesse caso é:

a)


b)


c)


d)


13. (Ebmsp 2018) A miopia é um defeito de refração, bastante frequente, caracterizado por afetar a visão à distância. A miopia surge em função de um maior comprimento do globo ocular ou do aumento na curvatura da córnea. A hipermetropia é um defeito de refração caracterizado por afetar mais a visão de perto. A hipermetropia surge em função de um menor comprimento do globo ocular ou de uma menor curvatura da córnea.
Sabe-se que um olho normal pode ver, nitidamente, objetos situados desde o infinito até $25{,}0\ cm$ do olho.

Desprezando-se a distância entre a lente e o olho, sobre miopia e hipermetropia e suas correções é correto afirmar:

a) A lente dos óculos de um míope com ponto remoto situado a $75{,}0\ cm$ do olho tem vergência igual a $-1{,}5$ dioptrias.
b) A imagem visual é formada em uma região anterior à retina no olho de um paciente com hipermetropia.
c) O defeito refrativo que causa a miopia pode ser corrigido utilizando-se óculos com lentes plano-convexas.
d) A lente dos óculos de um hipermétrope com o ponto próximo a $100{,}0\ cm$ do olho tem vergência igual a $3{,}0$ dioptrias.
e) O defeito refrativo que causa a hipermetropia pode ser corrigido utilizando-se óculos com lentes convexo-côncava.

14. (Ufrgs 2018) Muitas pessoas não enxergam nitidamente objetos em decorrência de deformação no globo ocular ou de acomodação defeituosa do cristalino.

Assinale a alternativa que preenche corretamente as lacunas dos enunciados a seguir, na ordem em que aparecem.

Para algumas pessoas a imagem de um objeto forma-se à frente da retina, conforme ilustrado na figura I abaixo. Esse defeito de visão é chamado de _____, e sua correção é feita com lentes _____.

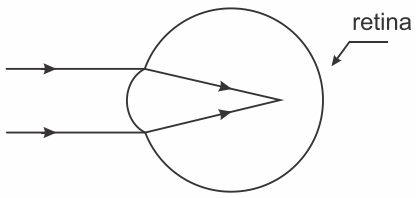


Figura I

Em outras pessoas, os raios luminosos são interceptados pela retina antes de se formar a imagem, conforme representado na figura II abaixo. Esse defeito de visão é chamado de _____, e sua correção é feita com lentes _____.

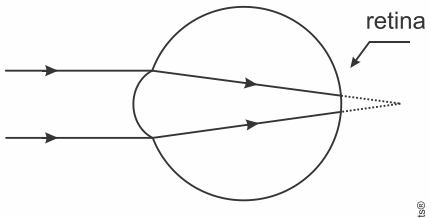


Figura II

Interbits®

a) presbiopia − divergentes − hipermetropia – convergentes
b) presbiopia − divergentes − miopia − convergentes
c) hipermetropia − convergentes − presbiopia − divergentes
d) miopia − convergentes − hipermetropia − divergentes
e) miopia − divergentes − hipermetropia − convergentes

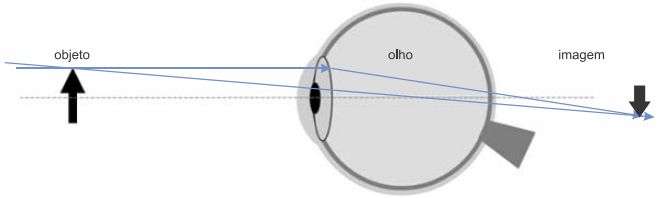
15. (Uepg 2018) Um raio de luz incide com um ângulo de $45°$ com a normal à face de prisma cuja seção principal é um triângulo equilátero. Considerando que o meio onde o prisma se encontra é o ar e que o desvio do raio de luz ao atravessar o prisma corresponde ao valor mínimo, assinale o que for correto.
01) O ângulo, em relação à normal, com que o raio emerge do prisma é $60°$.
02) O desvio sofrido pelo raio de luz ao atravessar o prisma é $30°$.
04) O índice de refração do prisma vale $\sqrt{2}$.
08) O ângulo de refração do raio de luz na primeira face do prisma é $15°$.
16) O ângulo de refringência do prisma é $30°$.

16. (Ufjf-pism 2 2018) Dois problemas de visão comuns são a miopia e a hipermetropia. A miopia é um problema de visão que ocorre quando a imagem de um objeto se forma antes da retina. A hipermetropia, por sua vez, é um problema de visão que ocorre quando os raios de luz interceptam a retina antes de a imagem ser formada – nesse caso a imagem formar-se-ia depois da retina. Maria e Fernanda foram ao oftalmologista. Maria descobriu que possui miopia. Fernanda descobriu que possui hipermetropia.

A partir da informação obtida do enunciado, marque a alternativa correta.
a) Maria deve usar lentes divergentes para corrigir a miopia.
b) Maria deve usar lentes convergentes para corrigir a miopia.
c) Fernanda deve usar lentes divergentes para corrigir a hipermetropia.
d) Ambas devem usar lentes convergentes para corrigir os seus problemas de visão.
e) Ambas devem usar lentes divergentes para corrigir os seus problemas de visão.

GABARITO

1. 01 + 04 = 05.
2. 01 + 02 + 32 = 35.
3. 04 + 08 + 16 = 28.
4. D
5. a) $\theta = 30°$. b) $v(t) = \dfrac{5\pi}{18\cos^2\left(\dfrac{\pi t}{36}\right)}$ m/s.
c) $I = 10^{-2}$ W/m^2.
6. D
7. a) $D = +3{,}5$ di.
b) Como a vergência resultou positiva $(D > 0)$, a lente receitada pelo oftalmologista deve ser convergente, que fornece imagem virtual direita maior e **mais distante**, conforme exige a presbiopia. Ou ainda, analisando o esquema dado no enunciado, percebe-se que o sistema visual (córnea-cristalino) não está convergindo o suficiente para trazer a imagem até a retina, necessitando, portanto, de uma lente convergente.
8. a) Abaixo a construção da imagem para um olho hipermetrope.



b) $V = 3$ di.
9. 02 + 04 + 08 + 64 = 78.
10. B **11.** E **12.** D **13.** D **14.** E
15. 02 + 04 = 06.
16. A

RESOLUÇÃO

1. 01 + 04 = 05.
[Resposta do ponto de vista da disciplina de Biologia]
[08] Falsa. A luz penetra nos olhos e passa, na sequência, por: córnea, humor aquoso, pupila, lente, corpo vítreo, retina e nervo óptico.
[16] Falsa. A retina forma a camada mais interna do globo ocular e contém dois tipos de células fotorreceptoras que, através de mudanças químicas celulares, alteram a permeabilidade da membrana, gerando impulsos nervosos até o cérebro: os bastonetes, muito sensíveis à luz, mas que não distinguem cores, apenas preto e branco; e os cones, menos sensíveis à luz, mas que reconhecem cores.
[Resposta do ponto de vista da disciplina de Física]
[02] Incorreta. Lentes convergentes, divergentes e cilíndricas podem ser utilizadas para corrigir hipermetropia, miopia e astigmatismo, respectivamente.

2. 01 + 02 + 32 = 35.
Análise das afirmativas:
[01] Verdadeira. As imagens das letras vistas pelo estudante encontram-se a $100\,cm$ do centro óptico da lente, de acordo com a expressão do aumento transversal linear:

$$A = \frac{-di}{do} \Rightarrow 5 = \frac{-di}{20\,cm} \therefore di = -100\,cm$$

O sinal negativo indica que a imagem formada é virtual, ou seja, ela é formada do mesmo lado em que a luz incide na lente.
Como o objeto está a $20\,cm$ da lente, do mesmo lado que a imagem, então a distância entre a imagem e o objeto é de $80\,cm$.
[02] Verdadeira. As imagens vistas são virtuais, maiores e direita.
[04] Falsa. As imagens das letras vistas pelo estudante encontram-se a $100\,cm$ do centro óptico da lente, de acordo com o item [01].
[08] Falsa. Neste caso, a distância do objeto está entre o foco principal e ponto antiprincipal objeto deixando a imagem maior, mas invertida e real. Assim, a leitura é dificultada porque a imagem estará invertida.
[16] Falsa. A distância focal (f) é dada pela equação de Gauss: $\dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{di} + \dfrac{1}{do}$ que a relaciona com a distância da imagem (di) e a distância do objeto (do).

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{-100} + \frac{1}{20} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{20-100}{-2000} = \frac{-80}{-2000} \Rightarrow f = \frac{2000}{80} \therefore f = 25\,cm$$

O índice refração da lupa é obtido com a equação dos fabricantes de lentes, conhecida por equação de Halley:

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

onde,
$n_2 =$ índice de refração da lente;
$n_1 =$ índice de refração do meio externo $(n_{ar} = 1)$; ;
R_1 e $R_2 =$ raios de curvaturas das faces das lentes.
Substituindo os valores e calculando n_2:

$$\frac{1}{25} = \left(\frac{n_2}{1} - 1\right)\left(\frac{1}{40} + \frac{1}{40}\right) \Rightarrow \frac{\frac{1}{25}}{\frac{2}{40}} = \left(\frac{n_2}{1} - 1\right) \Rightarrow \frac{40}{50} + 1 = n_2 \therefore n_2 = 1{,}8$$

[32] Verdadeira. A vergência (C) é o inverso da distância focal, assim podemos também utilizá-la para a equação de Halley.

$$\frac{1}{f} = C = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

Nota-se pela equação que o índice de refração da lente é diretamente proporcional à vergência, assim, aumentando o índice de refração da lente, aumentamos também a vergência.

3. 04 + 08 + 16 = 28.
Análise das afirmativas:
[01] Falsa. A refração é o fenômeno utilizado em óculos comuns.
[02] Falsa. A almofada auxilia na distribuição do peso reduzindo a pressão exercida em proeminências ósseas.
[04] Verdadeira. O aumento da estabilidade está relacionado ao aumento da área de apoio com o solo que os andadores proporcionam.
[08] Verdadeira. A componente do peso na direção do plano inclinado é menor que o peso e dependo do seno do ângulo da inclinação da rampa.
[16] Verdadeira. A Física se encontra na vanguarda tanto das tecnologias assistivas como em muitas outras tecnologias modernas.

4. D
Vergência da lente convexo-côncava:

$$V_1 = (n_1 - 1)\left(\frac{1}{2R} - \frac{1}{R}\right) = \frac{1 - n_1}{2R}$$

Vergência da lente biconvexa:

$$V_2 = (n_2 - 1)\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R}\right) = \frac{2n_2 - 2}{R}$$

Vergência da objetiva:

$$V = V_1 + V_2 = \frac{4n_2 - n_1 - 3}{2R}$$

Foco da objetiva:

$$f_{ob} = \frac{1}{V} = \frac{2R}{4n_2 - n_1 - 3}$$

Do aumento, temos que:

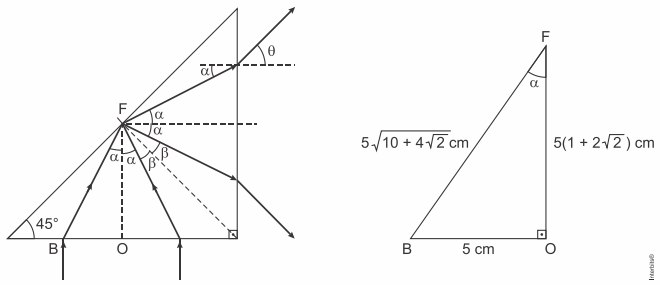
$$A = \frac{f_{ob}}{f_{oc}} = 5 \Rightarrow f_{oc} = \frac{f_{ob}}{5} = \frac{2R}{5(4n_2 - n_1 - 3)}$$

Como a imagem final é imprópria, podemos concluir que:

$$L = f_{ob} + f_{oc} = \frac{2R}{4n_2 - n_1 - 3} \cdot \left(1 + \frac{1}{5}\right)$$

$$\therefore L = \frac{12R}{20n_2 - 5(n_1 + 3)}$$

5. a) Analisando a figura baixo:



Para que ocorra reflexão total na hipotenusa do prisma, devemos ter que:

$$sen\,\beta = \frac{n_{ar}}{n_{vidro}}$$

Aplicando a lei de Snell no cateto vertical do prisma:

$$n_{vidro} \cdot sen\,\alpha = n_{ar} \cdot sen\,\theta$$

Logo:

$$sen\,\theta = \frac{n_{vidro}}{n_{ar}} \cdot sen\,\alpha = \frac{sen\,\alpha}{sen\,\beta}$$

Mas:

$$sen\,\beta = sen(45° - \alpha) = sen\,45° \cos\alpha - sen\,\alpha \cos 45°$$

$$sen\,\beta = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{5(1+2\sqrt{2})}{5\sqrt{10+4\sqrt{2}}} - \frac{5}{5\sqrt{10+4\sqrt{2}}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

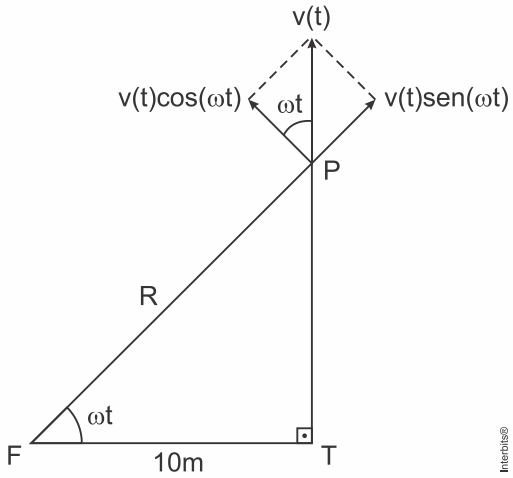
$$sen\,\beta = \frac{2}{\sqrt{10+4\sqrt{2}}}$$

Portanto:

$$sen\,\theta = \frac{\dfrac{5}{5\sqrt{10+4\sqrt{2}}}}{\dfrac{2}{\sqrt{10+4\sqrt{2}}}} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \theta = 30°$$

b) Para o ponto P, temos que:



$$v(t)\cos(\omega t) = \omega R$$

Onde:

$$\cos(\omega t) = \frac{10}{R} \Rightarrow R = \frac{10}{\cos(\omega t)}$$

Logo:

$$v(t)\cos(\omega t) = \omega \cdot \frac{10}{\cos(\omega t)}$$

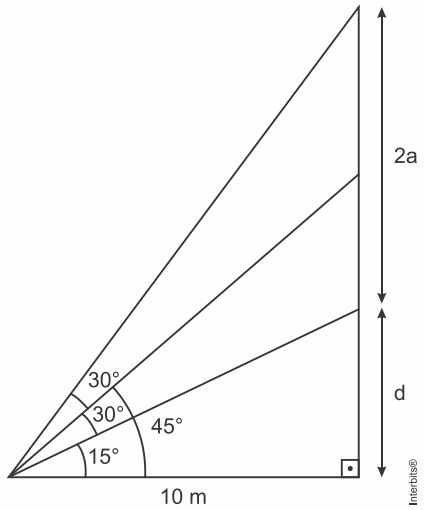
$$v(t) = \frac{10\omega}{\cos^2(\omega t)} = \frac{10 \cdot \frac{\pi}{36}}{\cos^2\left(\frac{\pi}{36}t\right)}$$

$$\therefore v(t) = \frac{5\pi}{18\cos^2\left(\frac{\pi t}{36}\right)}\ m/s$$

c) Para $t = 9\,s$:

$$\omega t = \frac{\pi}{36}\frac{rad}{s} \cdot 9\,s = \frac{\pi}{4}\,rad$$

A curva projetada é uma elipse. Sendo a o seu semieixo maior, segue:



$$\begin{cases} tg\,15° = \dfrac{d}{10} \\ tg\,75° = \dfrac{2a+d}{10} \end{cases} \Rightarrow$$

$$2a = 10tg\,75° - 10tg\,15° \Rightarrow$$

$$a = 5\left(tg\,75° - tg\,15°\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = 5\left(\frac{3+\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}} - \frac{3-\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}\right) \Rightarrow a = 10\sqrt{3}\ m$$

A excentricidade da elipse é dada por:

$$e = \frac{\cos 45°}{\cos 30°} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

Mas também por (onde c é a distância focal da elipse):

$$e = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{c}{10\sqrt{3}} \Rightarrow c = 10\sqrt{2}\ m$$

Sendo assim (com b sendo o semieixo menor da elipse):

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow \left(10\sqrt{3}\right)^2 = b^2 + \left(10\sqrt{2}\right)^2 \Rightarrow b = 10\ m$$

Área da elipse:

$$A = \pi ab = \pi \cdot 10\sqrt{3} \cdot 10 \Rightarrow A = 100\pi\sqrt{3}\ m^2$$

Portanto, a densidade de potência será:

$$I = \frac{P}{A} = \frac{\pi\sqrt{3}}{100\pi\sqrt{3}}$$

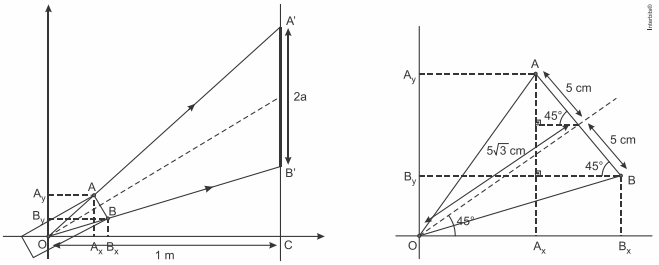
$$\therefore I = 10^{-2}\ W/m^2$$

6. D

Aplicando a equação dos fabricantes de lente, temos:

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \left(\frac{1{,}5}{1} - 1\right)\left(-\frac{1}{2{,}5\sqrt{3}}\right) \Rightarrow f = -5\sqrt{3}\ cm$$

Podemos construir a figura:



Coordenadas dos pontos A e B:

$$A_x = 5\sqrt{3}\cos 45° - 5\cos 45° \Rightarrow A_x = \frac{5\sqrt{2}\left(\sqrt{3}-1\right)}{2}\ cm$$

$$A_y = 5\sqrt{3}\,sen\,45° + 5\,sen\,45° \Rightarrow A_y = \frac{5\sqrt{2}\left(\sqrt{3}+1\right)}{2}\ cm$$

$$B_x = 5\sqrt{3}\cos 45° + 5\cos 45° \Rightarrow B_x = \frac{5\sqrt{2}\left(\sqrt{3}+1\right)}{2}\ cm$$

$$B_y = 5\sqrt{3}\,sen\,45° - 5\,sen\,45° \Rightarrow B_y = \frac{5\sqrt{2}\left(\sqrt{3}-1\right)}{2}\ cm$$

Por semelhança de triângulos, vem:

$$\frac{A_y}{A_x} = \frac{A'}{\overline{OC}} \Rightarrow \frac{\dfrac{5\sqrt{2}\left(\sqrt{3}+1\right)}{2}}{\dfrac{5\sqrt{2}\left(\sqrt{3}-1\right)}{2}} = \frac{A'}{1} \Rightarrow A' = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$$

$$\frac{B_y}{B_x} = \frac{B'}{\overline{OC}} \Rightarrow \frac{\dfrac{5\sqrt{2}\left(\sqrt{3}-1\right)}{2}}{\dfrac{5\sqrt{2}\left(\sqrt{3}+1\right)}{2}} = \frac{B'}{1} \Rightarrow B' = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$$

Logo, o comprimento do semieixo maior será:

$$2a = A' - B' = ' = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1} - \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} = \frac{\left(\sqrt{3}+1\right)^2}{2} - \frac{\left(\sqrt{3}-1\right)^2}{2} = 2\sqrt{3}$$

$$\therefore a = \sqrt{3}\ m$$

7. **<u>Observação</u>:** *Para evitar confusão entre o nome da grandeza (vergência) e sua unidade (dioptria) o item a) foi alterado de* "a) Qual a dioptria D que a lente deve possuir..." *para* "a) Qual a vergência D, em dioptria,...".

a) Dados:

- O objeto deve ser colocado a $25\ cm$ do olho: $p = 0{,}25\ m$.
- A imagem virtual e direita deve se formar a $2\ m$: $p' = -2\ m$.

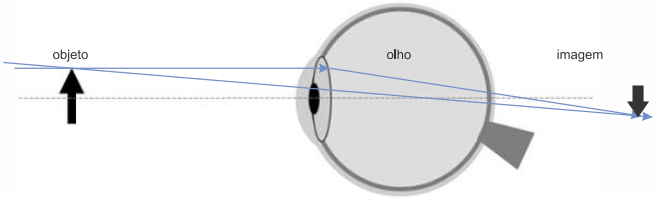
Aplicando a equação de Gauss:

$$D = \frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow D = \frac{1}{0{,}25} + \frac{1}{-2} \Rightarrow D = 4 - 0{,}5 \Rightarrow$$

$$\boxed{D = +3{,}5\,di.}$$

b) Como a vergência resultou positiva $(D > 0)$, a lente receitada pelo oftalmologista deve ser convergente, que fornece imagem virtual direita maior e **mais distante**, conforme exige a presbiopia. Ou ainda, analisando o esquema dado no enunciado, percebe-se que o sistema visual (córnea-cristalino) não está convergindo o suficiente para trazer a imagem até a retina, necessitando, portanto, de uma lente convergente.

8. a) Abaixo a construção da imagem para um olho hipermetrope.



b) Para solucionar o problema do olho hipermetrope devemos usar uma lente convergente. O fenômeno óptico que explica o funcionamento das lentes esféricas é a refração.

c) A distância focal (f) corretiva par o olho hipermetrope é dada pela equação de Gauss, onde a distância da imagem (p') deve ser de $25\,cm$ (ponto próximo do olho normal) e a distância do objeto (p) deve ser de $-1m$ (ponto próximo do hipermetrope). A vergência (V) da lente corretiva é o inverso da distância focal.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{P} + \frac{1}{P'} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{0{,}25\,m} - \frac{1}{1m} \therefore \frac{1}{f} = V = 3\,di$$

$$f = \frac{1}{3}\,m = 33{,}3\,cm$$

9. 02 + 04 + 08 + 64 = 78.

[01] **Falsa**. A hipermetropia provoca efeito contrário a miopia, pois o indivíduo tem dificuldade de enxergar objetos próximos com nitidez, enquanto na miopia a visão é embaçada para objetos mais longe do observador.

[02] **Verdadeira**. O foco da lente tem relação com a sua curvatura, sendo essa relação chamada de equação dos fabricantes de lentes.

[04] **Verdadeira**. A refração faz o raio luminoso ser desviado ao atravessar meios diferentes.

[08] **Verdadeira**. O infravermelho é a faixa do espectro das ondas eletromagnéticas em que o calor dos objetos é emitido.

[16] **Falsa**. A presbiopia é causada pela incapacidade da musculatura ocular de ajustar o globo ocular para visão de objetos próximos ocasionada a partir dos 40 anos de idade. É também conhecida popularmente como "vista cansada".

[32] **Falsa**. Para a miopia utiliza-se lentes divergentes.

[64] **Verdadeira**. Por esse motivo utiliza-se lentes convergentes para corrigir o problema.

10. B
A miopia é caracterizada pela imagem se formar antes da retina, assim os indivíduos com esse problema de visão têm dificuldades para enxergar com nitidez de longe. Letra [B].

11. E
A hipermetropia é caracterizada pela formação da imagem depois da retina (olho pequeno) dificultando a visão de objetos em detalhes de perto, necessitando-se de lentes convergentes para correção do problema.
Na miopia ocorre o oposto: a formação da imagem se dá antes da retina (olho grande) dificultando a visão de objetos mais distantes, recomendando-se o uso de lentes divergentes para a correção.

12. D
Como a presbiopia necessita de lentes convergentes para resolver o problema, a imagem formada deve ser similar ao esquema exemplificado, porém com maior aumento, portanto a alternativa correta é a [D].

13. D
Análise das alternativas:
[A] Falsa. A lente de correção deve ter a distância focal em módulo exatamente igual à distância do ponto remoto, portanto:

$$|f| = D \Rightarrow |V| = \frac{1}{D} \Rightarrow |V| = \frac{1}{0{,}75\,m}$$

$$\therefore |V| = 1{,}33 \xrightarrow{divergente} V = -1{,}33\ dioptrias$$

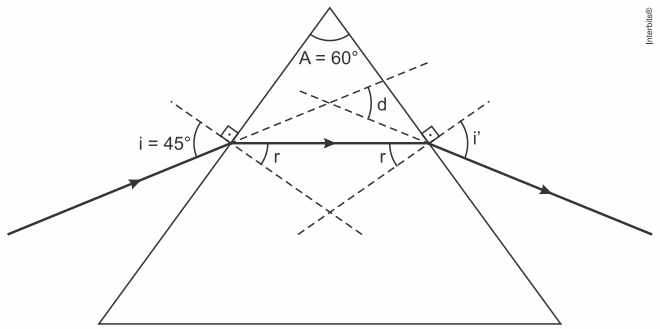
[B] Falsa. A imagem é formada depois da retina, necessitando de uma lente convergente para a correção.
[C] Falsa. A correção para a miopia é feita com lentes divergentes.
[D] Verdadeira. A partir da equação de Gauss para os pontos próximos normal e hipermetrope, temos:

$$V = \frac{1}{d_N} - \frac{1}{d_H} = \frac{1}{0{,}25\,m} - \frac{1}{1\,m} \therefore V = 3\ dioptrias$$

[E] Falsa. A hipermetropia pode ser corrigida com o uso de lentes convergentes.

14. E
A formação de imagens antes da retina é chamada de **miopia** (1ª lacuna) e depois da retina chama-se **hipermetropia** (3ª lacuna) e suas correções impõe a utilização de lentes **divergentes** (2ª lacuna) e **convergentes** (4ª lacuna). Assim, a alternativa correta é letra [E].

15. 02 + 04 = 06.
[01] Falsa. Para o desvio mínimo, temos:



$$\begin{cases} n_{ar} \cdot sen\,45° = n_{prisma} \cdot sen\,r \\ n_{prisma} \cdot sen\,r = n_{ar} \cdot sen\,i' \end{cases} \qquad \therefore i' = 45°$$

[02] Verdadeira. Pela relação do desvio mínimo no prisma triangular, obtemos:

$$d = 2i - A \Rightarrow d = 2 \cdot 45° - 60°$$

$$\therefore d = 30°$$

[04] Verdadeira. Novamente aplicando uma relação para o desvio mínimo:

$$A = 2r \Rightarrow 60° = 2r \Rightarrow r = 30°$$

Portanto, aplicando a lei de Snell:

$$n_{ar} \cdot sen\,45° = n_{prisma} \cdot sen\,30° \Rightarrow 1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = n_{prisma} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\therefore n_{prisma} = \sqrt{2}$$

[08] Falsa. Como visto anteriormente, $r = 30°$.
[16] Falsa. O ângulo de refringência é $A = 60°$.

16. A
Para corrigir a miopia, deve-se usar lentes divergentes de modo a se projetar a imagem num ponto (sobre a retina) após o ponto no qual a imagem se formaria originalmente. Analogamente, para hipermetropia deve-se usar lentes convergentes para correta projeção da imagem sobre a retina.